

Leçon 142
PGCD et PPCM, algorithmes de calcul.
Applications.

I - Cadres d'existence des PGCD et des PPCM

II - Algorithmes de calcul

III - Applications

Dev 1 : Algorithme de Berlekamp

Dev 2 : Générateurs de $SL_2(\mathbb{Z})$

I - Cadres d'existence des PGCD et PPCM

1) Anneaux à pgcd : def pgcd/ppcm, propriétés et implications, lemme de Gauss, d'Euclide, ex et contre-exemples [Szp09]

2) Dans les anneaux principaux et factoriels : ré-expressions def pgcd, implications, anneaux de Bézout thm de Bézout, implications, exemples [Szp09]

II - Algorithmes de calcul

1) Algorithmes d'Euclide : euclidien $\Rightarrow$ principal, algo d'Euclide, étendu, binaire, complexité [Dem08]

2) Algorithmes dans les anneaux de polynômes : coût div euclidienne, algo d'euclide pour les polynômes, [dev 1](#), complexité, version probabiliste [Dem08]

III - Applications

1) Théorème des restes chinois : thm des restes chinois, fct réciproque, applications aux systèmes modulaires (algo effectif), aux interpolateurs de Lagrange [Rom21]

2) Contenu des polynômes : def contenu, multiplicativité, description des irred de $A[X]$, A factoriel $\Rightarrow A[X_1, \dots, X_n]$ factoriel, quotients, exemples [Per04]

3) Etude de $SL_2(\mathbb{Z})$ via l'algorithme d'Euclide : [dev 2](#), orbites de $SL_2(\mathbb{Z}) \curvearrowright M_2(\mathbb{Z})$, rq forme normale de Smith [Les+20]

Références

- [Dem08] Michel DEMAZURE. *Cours d'algèbre Michel Demazure*. Cassini, 2008.
- [Les+20] Didier LESESVRE, Pierre MONTAGNON, Pierre LE BARBENCHON et Théo PIERRON. *131 développements pour l'oral : Agrégation externe mathématiques-informatique*. Dunod, 2020.
- [Per04] Daniel PERRIN. *Cours d'algèbre*. Ellipse, 2004.
- [Rom21] Jean-Etienne ROMBALDI. *Mathématiques pour l'agrégation : Algèbre et géométrie*. De Boeck supérieur, 2021.
- [Szp09] A. SZPIRGLAS. *Mathématiques L3 : cours complet avec 400 tests et exercices corrigés. Algèbre*. Pearson Education, 2009.